

Si avancera point, au lieu que connoissant le côté  $BD$ , je connoitrai en même temps  $CD$  autre segment de ma base; je cherche donc  
 $BD$ . L'hypotenuse est connue, l'angle  $B$  connu, & le côté  $BD$  que je cherche sont de suite:  $co B$  sera donc partie moyenne, &  $co B$  avec  
 $BD$  parties adjacentes. Par la première règle le rayon & le sinus de  $co B$  seront réciproques aux tangentes de  $co B$  &  $BD$ , j'aurai  
 cette proportion.

Connoissant  $BD$ , on connoitra  $CD$ . Il est égal, selon les cas, à la somme ou à la différence de  $BC$  & de  $BD$ .  
 Or par la troisième règle les sinus de ces segments sont proportionnels aux tangentes  
 de leurs parties adjacentes  $co B$ ,  $co C$ ; donc  $\sin. BD : \sin. CD :: \cot. B : \cot. C$ . Et par la quatrième règle les cosinus des  
 mêmes segments  $BD$ ,  $CD$ , sont proportionnels aux sinus de leurs opposés  $co B$ ,  $co C$ ; donc  $\cos. BD : \cos. CD ::$   
 $\sin. B : \sin. C$ .

Exemple  $MM$ . Dans le même triangle on connoit  $AB$  & les angles  $B$  &  $C$ ; on demande le troisième  
 angle  $A$ . Dans cet exemple les trois données ne sont pas de suite; ainse l'arc perpendiculaire doit diviser deux inconnues.  
 Si ne peut donc être autre que l'arc  $AD$ . Si on demandoit le côté  $AC$ , on pourroit dans le triangle rectangle  $BCD$ ,  
 dont on connoit  $BC$  & l'angle  $C$ , dans le triangle rectangle  $ADC$ , dont on connoit  $AD$  & l'angle  $C$ , chercher  $AC$ ; au, ce qui

revient absolument au même, on peut dire tout simplement  $\sin. C : \sin. B :: \sin. AC$ . Mais comme on de-  
 mande une autre partie que  $AC$ , & que cette partie se trouve divisée en deux segments par l'arc perpendiculaire  $AD$ , il  
 faut trouver d'abord un de ces segments dans le triangle rectangle  $BCD$  dont on connoit deux parties  $BC$  &  $C$ . Les  
 trois parties sont encore de suite; ainsi par la première règle

le rayon & le sinus de la partie moyenne  $co B$  sont réci-  
 proques aux tangentes des parties adjacentes  $co B$  &  $BD$ ,  
 donc  $\cot. B : \cot. BD :: \cos. B : \cot. BD$ , au, si l'on veut  $R :$   
 $\tan. B :: \cos. B : \cot. BD$ .

Ayant trouvé  $BD$ ,  
 on trouvera  $CD$  par la troisième ou la quatrième règle.

Or par la quatrième règle les cosinus de ces  
 segments  $BD$ ,  $CD$ , sont proportionnels aux  
 sinus de leurs opposés  $co B$ ,  $co C$ ; donc  $\cos. BD : \cos. CD ::$   
 $\sin. B : \sin. C$ .

Les deux segments connus, l'angle  $MAB$  le sera pareillement; et est égal à leur <sup>somme</sup> ou à leur différence, selon que l'arc  
 perpendiculaire  $AD$  tombe en dehors ou en dedans du triangle. *Démonstration.* Je n'entreprends point de  
 démontrer les deux premières règles, elles ne m'aident par tierclement pas; d'ailleurs Pellibrand & Keil en ont donné la  
 démonstration dans les ouvrages cités ci-dessus. Cette démonstration au reste se réduit à prouver que ces deux règles  
 donnent précisément les mêmes analogies que les principes ordinaires. On pourroit dire autant des deux der-  
 nières règles, mais on peut les prouver plus généralement par les deux premières mêmes. - Dans les triangles rect-  
 angles  $MAD$ ,  $CAD$ , prenant  $CD$ ,  $AD$  pour parties moyennes, on a par la première règle,  $\sin. MD: \text{tang. } CB:: \text{tang. } AD: R.$  - Et par la deuxième règle, prenant  $CB$ ,  $AB$  pour parties moyennes,  $\sin. CB: \text{tang. } AD:: \text{tang. } CB: R.$   
 $\cos. MD:: \cos. AD: R.$  Des deux premières proportions, on tire  $\sin. CB: \sin. MD:: \text{tang. } CB: \text{tang. } AD.$  C'est-à-dire,  
 que les sinus des segments de la base  $CD$ ,  $MD$  sont proportionnels aux tangentes des parties adjacentes  $CB$ ,  $AD$ . Des deux proportions  
 suivantes on tire pareillement,  $\cos. CB: \cos. MD:: \sin. CB: \sin. MD.$  C'est-à-dire, que les cosinus des mêmes segments sont  
 proportionnels aux sinus des parties opposées  $CB$ ,  $AD$ . Quant aux segments des angles; soient dans les mêmes  
 triangles les angles  $CB$ ,  $AD$  pour parties moyennes, par la première règle,  $\sin. CB: \text{tang. } AD:: \text{tang. } CB: R.$   
 $\sin. CB: \cos. CB: \text{tang. } AD:: \cos. AD: R.$  Et par la deuxième règle, prenant  $CB$ ,  $AB$  pour parties moyennes,  
 $\sin. CB: \text{tang. } AD:: \text{tang. } CB: R.$  Des deux premières proportions, on tire  $\sin. CB: \text{tang. } AD:: \text{tang. } CB: R.$   
 $\sin. CB: \cos. CB: \text{tang. } AD:: \cos. AD: R.$  Des deux premières proportions, on tire  $\sin. CB: \text{tang. } AD:: \text{tang. } CB: R.$   
 proportionnels aux tangentes des parties adjacentes  $CB$ ,  $AD$ . Des deux proportions suivantes, on tire  $\cos. CB: \cos. AD::$   
 $\cos. CB: \cos. AD:: \sin. CB: \sin. AD.$  C'est-à-dire, que les sinus des segments de l'angle  $CB$ ,  $AD$ , sont  
 proportionnels aux sinus des parties op-  
 posées  $CB$ ,  $AD$ . Donc en général dans tout triangle  
 sphérique les sinus des segments, soit de l'angle, soit de la base  
 sont proportionnels aux tangentes de leurs parties adja-  
 centes, & leurs cosinus sont proportionnels aux sinus  
 des parties opposées. *Q. E. D.*

\* Chom...  
 306  
 in 4  
 W. Hennefy